

BIFURKASI *PITCHFORK* PADA SISTEM DINAMIK DIMENSI- n

SKRIPSI

**Diajukan kepada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Yogyakarta untuk memenuhi sebagian persyaratan
guna memperoleh gelar Sarjana Sains**



Disusun oleh

Tri Sihono
05305141011

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI YOGYAKARTA
2012**

PERSETUJUAN

Skripsi yang berjudul:

BIFURKASI *PITCHFORK* PADA SISTEM DINAMIK DIMENSI- n

Oleh

Tri Sihono

05305141011

Telah disetujui oleh dosen pembimbing untuk dihadapkan kepada
Dewan Penguji Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

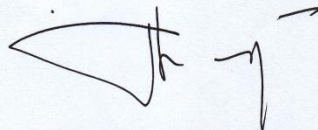
Universitas Negeri Yogyakarta

Disetujui pada tanggal:

03 Agustus 2012

Disetujui oleh:

Dosen Pembimbing



Kus Prihantoso Krisnawan, M.Si
NIP. 19790406 200501 1 005

PENGESAHAN

SKRIPSI DENGAN JUDUL:

“BIFURKASI *PITCHFORK* PADA SISTEM DINAMIK DIMENSI-*N*”

Yang disusun oleh:

Nama : Tri Sihono

NIM : 05305141011

Prodi : Matematika

Skripsi ini telah diuji di depan Dewan Penguji Skripsi pada tanggal 10 Agustus 2012 dan dinyatakan lulus.

DEWAN PENGUJI

Nama Lengkap	Jabatan	Tanda Tangan	Tanggal
<u>Kus Prihantoso Krisnawan, M.Si</u> NIP. 19790406 200501 1 005	Ketua Penguji		14/08/2012
<u>Nur Insani, M.Sc</u> NIP. 19810406 200501 2 005	Sekretaris Penguji		17/08/2012
<u>Atmini Dhoruri, MS</u> NIP. 19600710 198601 2 001	Penguji Utama		16/08/2012
Nur Hadi Waryanto, M.Eng NIP. 19780119 200312 1 002	Penguji Pendamping		28/08/2012

Yogyakarta, Agustus 2012
Fakultas MIPA
Universitas Negeri Yogyakarta
Dekan FMIPA



Dr. Hartono
NIP.19620329 198702 1 002

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Tri Sihono
NIM : 05305141011
Program Studi : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Judul Skripsi : Bifurkasi *Pitchfork* Pada Sistem Dinamik Dimensi- n

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri dan sepanjang pengetahuan saya tidak berisi materi yang dipublikasikan atau ditulis oleh orang lain atau telah digunakan sebagai persyaratan penyelesaian studi di Perguruan Tinggi, kecuali pada bagian-bagian tertentu yang saya ambil sebagai acuan.

Apabila ternyata terbukti pernyataan ini tidak benar, sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya dan saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan peraturan yang berlaku.

Yogyakarta, Agustus 2012
Yang menyatakan,



Tri Sihono
NIM. 05305141011

MOTO

Impian di masa yang akan datang bukan suatu kepastian, jadi lakukan yang terbaik sekarang untuk menggapai impian itu.

PERSEMBAHAN

بسم الله الرحمن الرحيم

Karya ini ku persembahkan untuk:

1. *Ayahanda Martodiyono dan Ibunda Sutiye terninta, yang selalu dan tak henti-hentinya memberikan do'a dan telah berjuang dengan segala kemampuan baik berupa materiil maupun spiritual untuk kelancaran studi saya.*
2. *Kakak dan adik yang selalu membantu dan meluangkan waktu serta memberikan motivasi sehingga dapat terselesaikannya skripsi ini.*
3. *Teman seperjuangan Avin dan Dria, tempat bertukar pikiran sehingga penyelesaian skripsi ini lebih mudah.*

Bifurkasi *Pitchfork* pada Sistem Dinamik Dimensi- n

Oleh:

Tri Sihono

ABSTRAK

Sistem dinamik yang nilai eigennya mempunyai bagian real 0 merupakan sistem yang rentan terhadap gangguan. Dalam sistem dinamik, gangguan ditunjukkan dengan perubahan nilai parameter μ . Perubahan nilai parameter μ dapat mengakibatkan perubahan keadaan dinamik sistem dinamik. Tempat terjadinya perubahan keadaan dinamik ini kemudian disebut sebagai titik bifurkasi. Skripsi ini secara khusus membahas mengenai sistem dinamik yang mengalami bifurkasi *pitchfork*. Bifurkasi *pitchfork* ditandai dengan bertambahnya dua titik ekuilibrium baru. Kedua titik ekuilibrium ini sama-sama bersifat stabil atau sama-sama bersifat tidak stabil.

Solusi sistem dinamik non linear tidak mudah untuk dicari, akan tetapi sifat dari solusinya lebih mudah untuk dianalisa. Sifat dari solusi sistem dinamik non linear dianalisa berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian atas titik ekuilibriumnya. Selain itu sifat dari solusi juga dianalisa dengan menggunakan sifat diferensialnya.

Berdasarkan pembahasan, sistem dinamik yang memuat suku $\mu x \pm x^3$ dan sistem dinamik yang dapat diubah menjadi sistem dinamik baru sehingga sistem dinamik yang baru memuat suku $\mu x \pm x^3$ dengan syarat-syarat tertentu merupakan sistem dinamik yang mengalami bifurkasi *pitchfork*.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Skripsi dengan judul “Bifurkasi *Pitchfork* pada Sistem Dinamik Dimensi- n ” ini disusun sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar Sarjana Sains (S.Si) Program Studi Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta.

Berhasilnya usaha penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik secara moril maupun secara materiil. Untuk itu, sebagai rasa hormat maka penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Hartono, selaku Dekan FMIPA UNY yang telah memberikan kesempatan dan berbagai kemudahan sehingga penulis dapat menyusun skripsi ini.
2. Bapak Dr. Sugiman, selaku Kajurdik Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan izin dan berbagai kemudahan dalam penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Dr. Agus Maman Abadi, selaku Kaprodi Matematika FMIPA UNY yang telah memberikan izin dan berbagai kemudahan dalam penyusunan skripsi ini.
4. Bapak Nur Hadi Waryanto, M.Eng selaku Penasehat Akademik yang telah banyak memberikan pengarahan selama menjalani masa kuliah di FMIPA UNY.

5. Bapak Kus Prihantoso Krisnawan, M.Si selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu dan pikiran untuk memberikan bimbingan dalam penulisan skripsi beserta dengan program *maple* yang digunakan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
6. Seluruh Dosen Jurusan Pendidikan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta yang telah memberikan ilmu-ilmunya kepada penulis.
7. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah banyak membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak lepas dari kekurangan dan kesalahan. Oleh karena itu, kritik dan saran dari pembaca sangat penulis harapkan untuk perbaikan dan penyempurnaan di masa yang akan datang.

Harapan akhir semoga skripsi ini memberikan manfaat bagi penulis sendiri maupun para pembaca, khususnya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta.

Yogyakarta, 03 Agustus 2012

Penulis

Tri Sihono

NIM 05305141011

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PERSETUJUAN.....	ii
HALAMAN PENGESAHAN	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
MOTTO.....	v
HALAMAN PERSEMBAAN.....	vi
ABSTRAK.....	vii
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
 BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah	3
C. Tujuan Penulisan	3
D. Manfaat Penulisan	4
 BAB II DASAR TEORI	
A. Nilai Eigen	5
B. Titik Ekuilibrium.....	12
C. Macam-macam Sistem Dinamik	14
1. Sistem Dinamik Linear	14

a. Nilai Eigen Bernilai Real dan Berbeda	15
b. Nilai Eigen Bernilai Kompleks	18
c. Nilai Eigen Bernilai Real Kembar	23
2. Sistem Dinamik Non-Linear	26
D. Kestabilan	29
 BAB III PEMBAHASAN	
A. Contoh Bifurkasi <i>Pitchfork</i>	31
B. Bifurkasi <i>Pitchfork</i> pada Sistem Dinamik Dimensi Satu	39
C. Bifurkasi <i>Pitchfork</i> pada Sistem Dinamik Dimensi- n	45
D. Titik <i>Saddle</i> dan Titik <i>Node</i>	52
 BAB IV PENUTUP	
A. Kesimpulan	60
B. Saran	63
DAFTAR PUSTAKA	64
LAMPIRAN	65

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1. Titik <i>Saddle</i>	12
Gambar 2. Titik <i>Stable Node</i>	12
Gambar 3. Titik <i>Unstable Node</i>	12
Gambar 4. Titik <i>Fokus (Spiral)</i>	12
Gambar 4. Diagram Titik Ekuilibrium Sistem (3.1)	32
Gambar 5. Diagram Keadaan Dinamik Sistem (3.1)	34
Gambar 6. Diagram Titik Ekuilibrium Sistem (3.1)	35
Gambar 7. Diagram Keadaan Dinamik Sistem (3.1)	38
Gambar 8. Potret Fase Sistem (3.3)	48